

Etude entropique d'une machine frigorifique

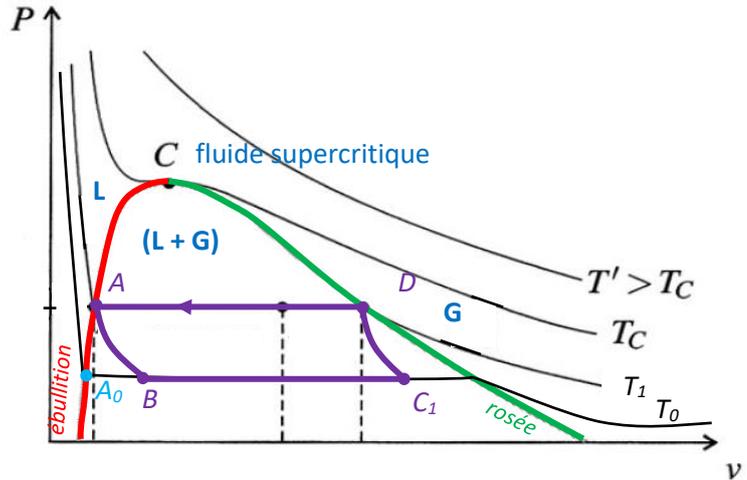
1. *On considère un point A_0 de la courbe d'ébullition à la température T_0 : en ce point limite, le fluide est liquide. On pose l'entropie massique du fluide égale à s_0 .*
 - a. Représenter en coordonnées P, v la courbe de saturation ainsi que les isothermes d'Andrews T_c, T_0 et T_1 telle que $T_0 < T_1 < T_c$ (la température critique).
 - b. Evaluer l'entropie massique du fluide, en un point A de la courbe d'ébullition à T_1 en supposant la capacité thermique massique c_ℓ du liquide constante le long de la courbe d'ébullition.
 - c. *A partir de A_0 , on effectue une vaporisation isotherme jusqu'au point $M_{(x)}$ où x est le titre massique du fluide en $M_{(x)}$.*
Déterminer l'entropie massique du fluide en $M_{(x)}$ avec ℓ_0 la chaleur massique latente de vaporisation à T_0 .
2. *On considère le cycle de transformations réversibles $DABC_1D$ réalisé à partir du point D sur la courbe de rosée pour une masse unité de fluide.*
 - *DA liquéfaction isotherme à la température T_1 ; on parcourt la totalité du palier de liquéfaction.*
 - *AB détente isentropique qui amène le fluide dans l'état B défini par la température T_0 et un titre x_1 .*
 - *BC_1 vaporisation isotherme jusqu'à l'intersection C_1 avec la courbe isentropique passant par D ; l'état C_1 est caractérisé par le titre x_2 .*
 - a. Représenter le cycle $DABC_1D$ sur le diagramme P, v .
 - b. Calculer les valeurs des titres x_1 et x_2 en fonction de c_ℓ, T_0, T_1 et des chaleurs latentes massiques de vaporisation ℓ_0 et ℓ_1 aux températures T_0 et T_1 .
 - c. Calculer les énergies thermiques Q_0 et Q_1 échangées avec le milieu extérieur par l'unité de masse du fluide au cours des transformations isothermes BC_1 et DA .
 - d. Calculer le travail W reçu par l'unité de masse du fluide au cours du cycle en appliquant le premier principe de la thermodynamique.
 - e. *Le système précédent constitue une machine frigorifique qui consomme du travail et enlève de l'énergie thermique à une source froide (à la température $T_0 < T_1$).*
Exprimer le coefficient d'efficacité frigorifique ρ en fonction de T_0 et T_1 .
Calculer ce coefficient d'efficacité avec $T_0 = 268 \text{ K}$ et $T_1 = 288 \text{ K}$.

Etude entropique d'une machine frigorifique

1a.

L : liquide = état condensé incompressible

G : vapeur sèche



2a.

1b. $A_0 \rightarrow A$: On se déplace le long de la courbe d'ébullition, transformation réversible.
 2^{ème} principe de la thermodynamique : $dS = \delta S_{éch} + \delta S_{créée} \Rightarrow dS_{rév} = \delta S_{éch}$

Or : $\delta S_{éch} = \delta Q / T$

Pour un **état condensé** (liquide), la pression est sans influence : $dU = dH = C_e \cdot dT = m \cdot c_e \cdot dT = \delta Q$

$\Rightarrow dS_{rév} = \delta Q / T = (m \cdot c_e \cdot dT) / T = m \cdot c_e \times dT / T = m \cdot c_e \cdot d \ln T$

En massique : $ds_{rév} = c_e \cdot d \ln T$ Entre A_0 et A : $S_A = S_{A0} + c_e \cdot \ln(T_A / T_0) = s_0 + c_e \cdot \ln(T_1 / T_0)$

1c. $A_0 \rightarrow M$: Le fluide subit une vaporisation, transformation réversible.

$dS_{rév} = \delta S_{éch} = \delta Q_{vap} / T_{vap}$

A température fixée, pour un **changement d'état** : $\Delta H_{vap} = \xi \cdot \Delta_{vap} H^i(T_{vap}) = m_{vaporisée} \cdot \ell_{vap} = Q_{vap}$

$\Rightarrow \Delta S_{rév} = Q_{vap} / T_{vap} = m_{vaporisée} \cdot \ell_{vap} / T_{vap} = (m \cdot x) \cdot \ell_{vap} / T_{vap}$

En massique : $\Delta s_{rév} = x \cdot \ell_{vap} / T_{vap}$ Entre A_0 et $M(x)$: $S_{M(x)} = s_0 + (x \cdot \ell_0) / T_0$

2b. $A \rightarrow B$: La détente est isentropique : $S_B = S_A = s_0 + c_e \cdot \ln(T_1 / T_0)$

$A_0 \rightarrow B$: La vaporisation partielle : $S_B = S_{M(x_1)} = s_0 + (x_1 \cdot \ell_0) / T_0$
 $\Rightarrow x_1 = c_e \times (T_0 / \ell_0) \times \ln(T_1 / T_0)$

De même : $S_{C1} = S_D = S_{M(x_2)}$ avec $S_D = S_A + S_{vap\ tot\ à\ T1} = [s_0 + c_e \cdot \ln(T_1 / T_0)] + [(1 \cdot \ell_1) / T_1]$
 $\Rightarrow s_0 + c_e \cdot \ln(T_1 / T_0) + (1 \cdot \ell_1) / T_1 = s_0 + (x_2 \cdot \ell_0) / T_0$
 $\Rightarrow x_2 = (T_0 / \ell_0) \times [c_e \times \ln(T_1 / T_0) + \ell_1 / T_1]$

2c. $Q_0 = Q_{BC1} = \Delta H_{vap} = \xi \cdot \Delta_{vap} H^i(T_0) = (x_2 - x_1) \cdot \ell_0 = T_0 / T_1 \times \ell_1$

$Q_1 = Q_{DA} = \Delta H_{vap} = \xi \cdot \Delta_{vap} H^i(T_1) = (x_A - x_D) \cdot \ell_1 = -\ell_1$

2d. Sur un cycle : $\Delta U_{cycle} = 0$

Avec le **premier principe de la thermodynamique** : $\Delta U = \Sigma W + \Sigma Q \Rightarrow W_{tot} = -\Sigma Q$

$\Rightarrow W = -Q_{AB} - Q_{BC1} - Q_{C1D} - Q_{DA} = 0 - Q_0 - 0 - Q_1 = \ell_1 \times (1 - T_0 / T_1)$ avec $Q_{AB} = Q_{C1D} = Q_{isentropique} = 0$

2e. $\rho = |\text{énergie utile}| / |\text{énergie consommée}|$

$\rho = Q_0 / W = (T_0 / T_1 \times \ell_1) / (\ell_1 \times (1 - T_0 / T_1))$

$\rho = T_0 / (T_1 - T_0) = 13,4$

