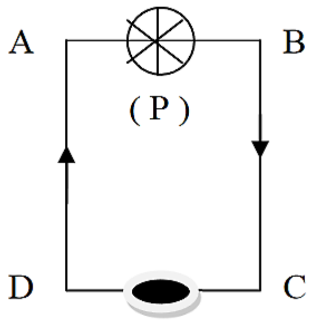
ENTRAINEMENT AU CONCOURS ***Thermodynamique***

Méca Flu + 1er principe industriel

Cœur artificiel *(G2E 2015)*

La figure ci-dessous schématise le fonctionnement d'un cœur artificiel.



Ce dispositif, destiné à remplacer la partie gauche du cœur, fonctionne dans un plan horizontal.

On note :
- (P) : la pompe ;
- (DA) : la veine et (BC) : l'aorte ;
- (CD) : les capillaires.

On donne :
- Diamètres : d_A = 1,4 cm et d_B = 2 cm ;
- Pressions : P_A = 79 mbar et P_B = 171 mbar ;
- Masse volumique du sang : μ = 1055 kg.m^{-3} ;
- Débit volumique du sang : D_V = 5 L.min^{-1}.

1. On supposera que le sang est un liquide parfait et que les transferts thermiques sont négligeables.

1.1. En utilisant le premier principe industriel, déterminer le travail massique que reçoit le sang en fonction de μ, des pressions P_A et P_B, et des vitesses v_A et v_B en considérant un écoulement isotherme.

1.2. Donner l'expression de ce travail en fonction du débit, des pressions, des diamètres et de la masse volumique.

1.3. En déduire la valeur de la puissance de la pompe.

2. La pompe est utilisée pour irriguer le système vasculaire composé d'un réseau de N capillaires reliant l'aorte à une veine. Dans la partie contenant les capillaires, on ne peut pas négliger la viscosité du sang qui vaut η = 5 mPℓ.

2.1. Sachant que la vitesse moyenne du sang dans l'aorte est $\overline{v_a}$ = 27 cm.s^{-1}, le régime d'écoulement est-il rampant, laminaire ou turbulent ?

2.2. Les capillaires sont séparés les uns des autres et supposés parallèles, horizontaux et cylindriques, de longueur L = 2 cm et de rayon r = 10 µm. L'écart de pression entre leurs deux extrémités étant proche de (P_B – P_A), calculer la vitesse moyenne $\overline{v_c}$ du sang dans un capillaire.

2.3. En déduire le nombre de capillaires.

CORRECTION *Entraînement au concours_Thermodynamique*

Cœur artificiel *(G2E 2015)* *30 min*

1.1. {sang dans la pompe}$_{\Sigma ouvert}$ *régime permanent*

1er principe industriel : **$\Delta(h + ½.v^2 + g.z) = w' + q$** *grandeurs massiques / Oz ascendant*

Il n'y a pas de variation d'altitude (*Δz = 0*) et on suppose que les transferts thermiques sont négligeables (*q = 0*).

=> $\Delta_{A\to B}(h + ½.v^2) = w' = \Delta_{A\to B}(u + p.v_m + ½.v^2)$

Pour un écoulement isotherme : $\Delta u = c.\Delta T = 0$ => $w' = \Delta_{A\to B}(p.v_m + ½.v^2) = (p_B - p_A)/\mu + ½.(v_B^2 - v_A^2)$

1.2. Le <u>régime est permanent</u> et le <u>fluide incompressible</u> donc le <u>débit de volume est constant</u> :

$D_{VA} = D_{VB} = \mathbf{D_v = v.S} = v.(\pi R^2) = v.(\pi(d/2)^2)$ => $w' = (p_B - p_A)/\mu + ½.((D_V / \pi(d_B/2)^2)^2 - (D_V / \pi(d_A/2)^2)^2)$

=> $w' = (p_B - p_A)/\mu + 8.D_V^2 / \pi^2 \times (1/d_B^4 - 1/d_A^4)$

1.3. $\mathbf{P = dE_{pompe} / dt} = \delta W' / dt = (w'.dm)/dt = w' \times D_m = w' \times (\mu.D_V) = \mu.D_V \times (p_B - p_A)/\mu + 8.D_V^2/\pi^2 \times (1/d_B^4 - 1/d_A^4)$

<u>P = 0,76 W</u>

2.1. $\mathbf{R_e = \mu.\overline{v_a}.(d_B) / \eta} = 1,1.10^3 < 2\,000$ Le régime d'écoulement du sang dans l'aorte est <u>laminaire</u>.

2.2. Le régime est <u>permanent</u> pour le sang considéré comme un <u>fluide réel newtonien incompressible</u>. En considérant son écoulement dans un capillaire à cause d'une <u>différence de pression</u>, on peut considérer comme valide la loi de Poiseuille dans chaque capillaire en supposant un <u>régime laminaire</u> :

$$\mathbf{D_{V\_c} = \Delta P / (8\eta L) \times \pi r^4} = (P_B - P_A) / (8\eta L) \times \pi r^4$$

Or : $D_{V\_c} = \overline{v_c}.S = \overline{v_c}.(\pi r^2)$ => $\overline{v_c} = (P_B - P_A) / (8\eta L) \times r^2 = \underline{1,2.10^{-3}\ m.s^{-1}}$

$R_{e\_c} = \mu.\overline{v_c}.(2r) / \eta = 5.10^{-3} < 2\,000$ Le régime est bien laminaire.

2.3. Pour un fluide incompressible en régime permanent, le débit de volume se conserve.

On a donc : $\mathbf{D_V = N.D_{V\_c}}$ *Par analogie avec la loi des nœuds*

=> $N = D_V / \overline{v_c}.(\pi r^2) = \underline{2,3.10^8\ pores}$